



ESTUDIOS MATEMÁTICOS
NIVEL MEDIO
PRUEBA 1

Miércoles 3 de mayo de 2006 (tarde)

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

0	0							
---	---	--	--	--	--	--	--	--

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- Conteste todas las preguntas en los espacios provistos para ello.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o correcta con tres cifras significativas.



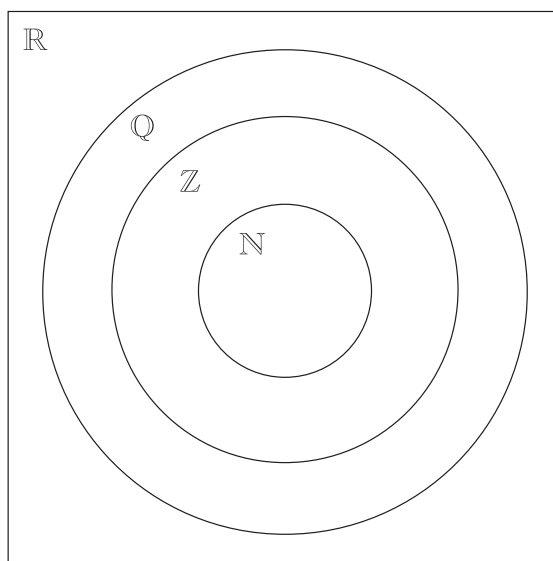
Se otorgará la máxima puntuación a las respuestas correctas. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Donde sea necesario, puede utilizar para sus cálculos el espacio que queda debajo del cuadro. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el proceso seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar gráficas de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta.

1. El diagrama de Venn que figura a continuación presenta el conjunto universal de números reales \mathbb{R} y algunos de sus principales subconjuntos:

\mathbb{Q} : números racionales,
 \mathbb{Z} : enteros,
 \mathbb{N} : números naturales.

Escriba los siguientes números en su posición correcta en el diagrama:

$$-1; 1; \pi; \frac{7}{16}; 3,333\dot{3}; \sqrt{3}$$



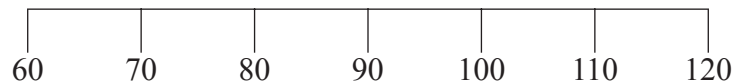
Operaciones:

2. Las siguientes son las alturas (cm) de las plantas de una muestra:

6	3,	7
7	2,	5, 8
8	3,	6, 6, 8, 8
9	2,	5, 7, 8
10	3,	6, 6
11	2,	2

6 | 3 representa 63 cm

- Establezca cuántas plantas hay en la muestra.
- Escriba los valores de:
 - la mediana,
 - el primer y el tercer cuartil.
- Calcule el rango.
- Utilizando la escala que aparece a continuación, dibuje con precisión un diagrama de caja y bigotes para estos datos.



Operaciones:

Requestas:

- _____
- (i) _____
(ii) _____
- _____

3. Un problema tiene una respuesta **exacta** de $x = 0,1265$.
- (a) Escriba el valor **exacto** de x en la forma $a \times 10^k$ donde k es un entero y $1 \leq a < 10$.
 - (b) Establezca el valor de x aproximado con **dos** cifras significativas.
 - (c) Calcule el porcentaje de error si el valor de x se aproxima con **dos** cifras significativas.

Operaciones:

Respuestas:

- (a) _____
- (b) _____
- (c) _____



4. Dados los enunciados:

p : El sol está brillando.

q : Estoy usando un sombrero.

(a) Escriba, en palabras, el significado de $q \Rightarrow \neg p$.

(b) Complete la tabla de verdad.

p	q	$\neg p$	$q \Rightarrow \neg p$
V	V		
V	F		
F	V		
F	F		

(c) Escriba, con símbolos, la recíproca de $q \Rightarrow \neg p$.

Operaciones:

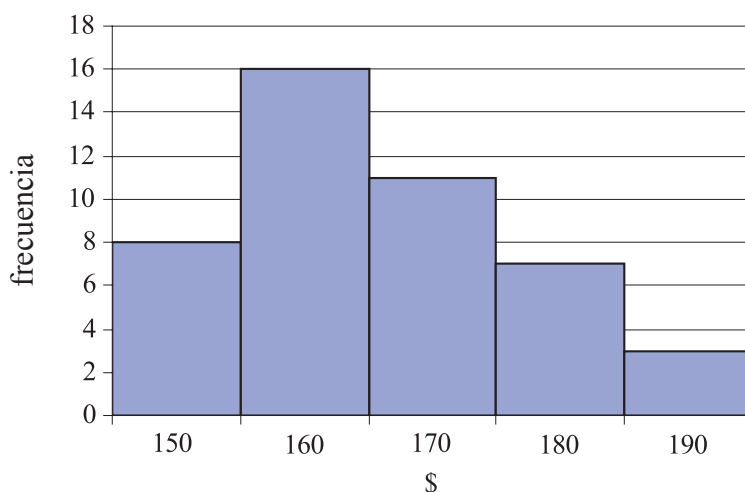
Respuestas:

(a)

(c)



5. El siguiente histograma muestra el monto de dinero que gastan semanalmente en comida 45 familias. Los montos han sido redondeados a los 10 dólares más cercanos.



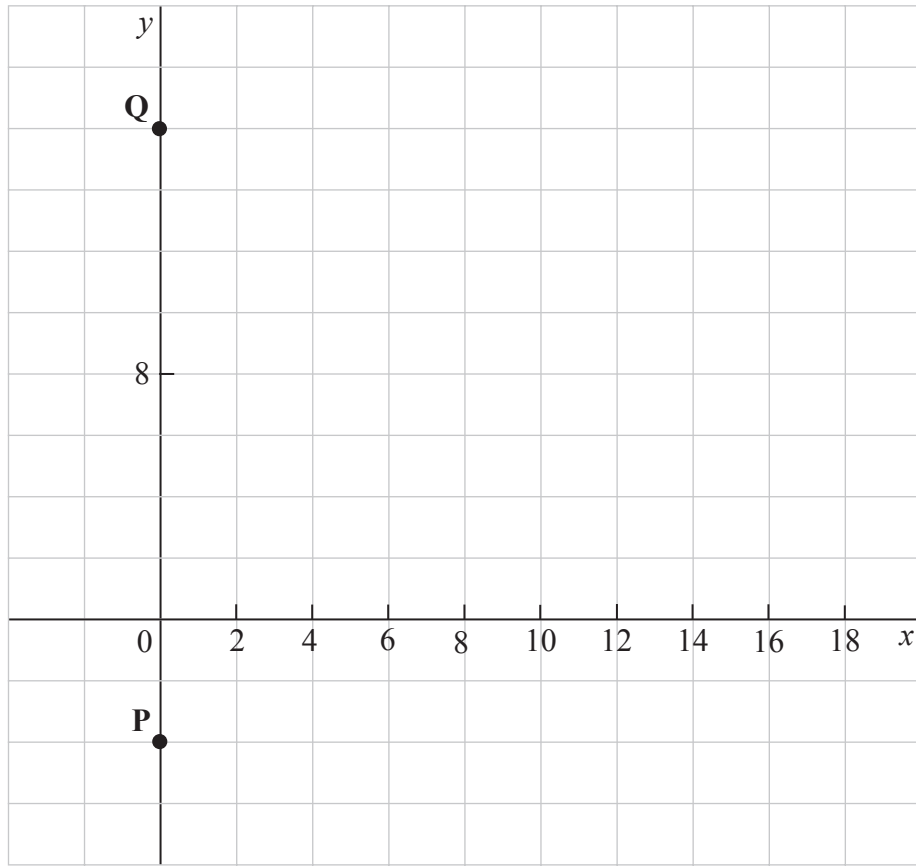
- (a) Calcule la media del monto que gastan en comida las 45 familias.
- (b) Halle el **mayor monto posible** gastado en comida por una sola familia en el grupo **modal**.
- (c) Indique cuál de los siguientes montos **no** podría ser el total gastado por todas las familias en el grupo modal:
- (i) \$ 2430 (ii) \$ 2495 (iii) \$ 2500 (iv) \$ 2520 (v) \$ 2600

Operaciones:

Respuestas:

- (a) _____
- (b) _____
- (c) _____

6. Los puntos $P(0, -4)$, $Q(0, 16)$ se muestran en el siguiente diagrama.



- (a) Sitúe el punto $R(11, 16)$.
 (b) Calcule el ángulo QPR .

M es un punto en la recta PR . M está a 9 unidades de P.

- (c) Calcule el área del triángulo PQM .

Operaciones:

Respuestas:

- (b) _____
 (c) _____

7. La función $Q(t) = 0,003t^2 - 0,625t + 25$ representa la cantidad de energía de una batería después de t minutos de uso.
- (a) Establezca la cantidad de energía que tenía la batería inmediatamente antes de ser utilizada.
 - (b) Calcule la cantidad de energía disponible después de 20 minutos.
 - (c) Dado que $Q(10) = 19,05$, halle la cantidad promedio de energía producida por minuto para el intervalo $10 \leq t \leq 20$.
 - (d) Calcule el número de minutos que tardará la energía en llegar a cero.

Operaciones:

Respuestas:

- (a) _____
- (b) _____
- (c) _____
- (d) _____

8. En un grupo de quince alumnos, los nombres de tres de ellos comienzan con la letra B y los de cuatro con la letra G. Los nombres de los ocho alumnos restantes comienzan con las letras A, C, D, E, F, H, I y J respectivamente.

Se colocan en una caja papelitos con los 15 nombres. Se sacude la caja para mezclarlos y se toman dos nombres.

Halle la probabilidad de que:

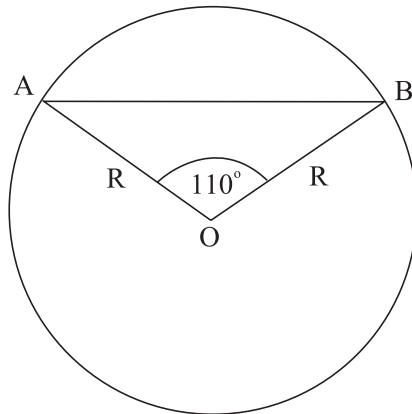
- (a) ambos nombres comiencen con cualquier letra excepto G o B;
- (b) ambos nombres comiencen con la misma letra;
- (c) ambos nombres comiencen con la letra H.

Operaciones:

Respuestas:

- (a) _____
- (b) _____
- (c) _____

9. El siguiente diagrama muestra un círculo de radio R y centro O . Dentro del círculo se ha dibujado un triángulo AOB . Los vértices del triángulo se encuentran en el centro, O , y en los puntos A y B en la circunferencia. El ángulo AOB mide 110 grados.



- (a) Dado que el área del círculo es $36\pi \text{ cm}^2$, calcule el largo del radio R .
- (b) Calcule el largo de AB .
- (c) Escriba el largo L del lado de un cuadrado que tenga un área igual a la del círculo dado.

Operaciones:

Respuestas:

- (a) _____
- (b) _____
- (c) _____

- 10.** Sven piensa viajar a Europa. Retira \$ 800 (dólares) de su cuenta de ahorros y los convierte a euros. El banco compra los euros a \$ 1: € 0,785 y los vende a \$ 1: € 0,766.
- (a) Utilice la tasa que corresponda para calcular el monto en euros que recibirá Sven.
- (b) Suponga que el viaje se cancela. ¿Cuánto recibirá Sven si el monto en euros de la parte (a) se cambia nuevamente a dólares?
- (c) ¿Cuánto dinero ha perdido Sven con las dos transacciones? Exprese su respuesta como porcentaje del monto original de \$ 800 que tenía Sven.

Operaciones:

Respuestas:

- (a) _____
- (b) _____
- (c) _____



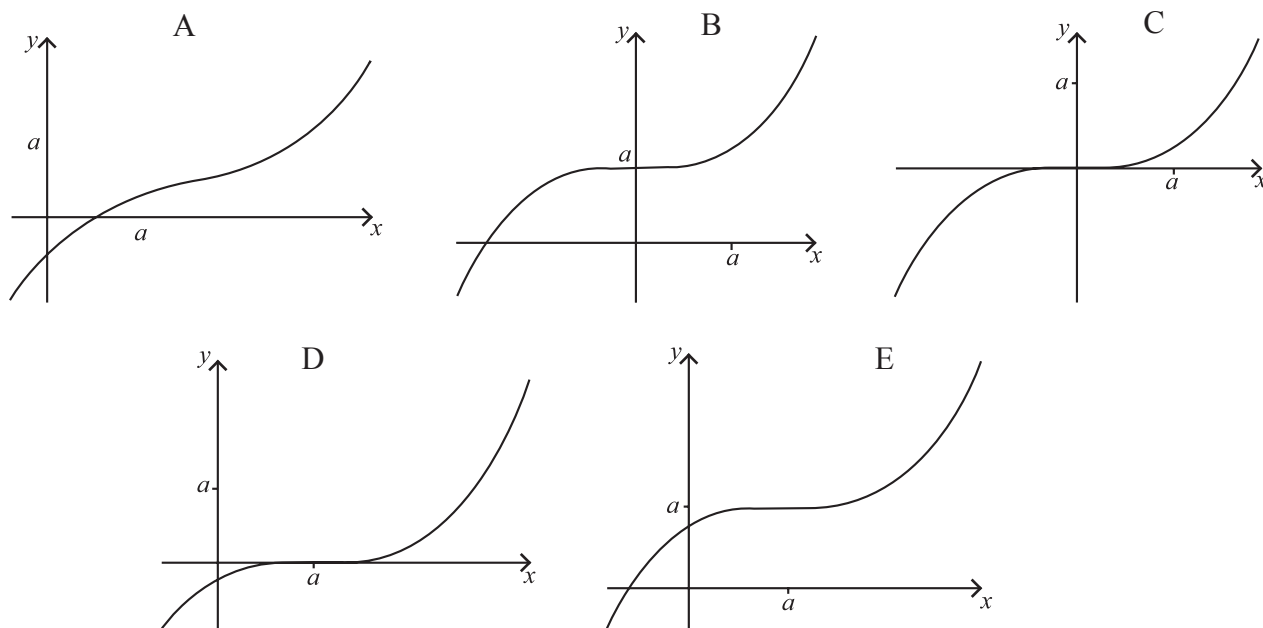
11. Jacques puede comprar seis CD y tres cassettes de video por \$ 163,17 o nueve CD y dos cassettes de video por \$ 200,53.
- (a) Exprese la información anterior utilizando dos ecuaciones que relacionen el precio de los CD y el precio de los cassettes de video.
 - (b) Halle el precio de un cassette de video.
 - (c) Si Jacques tiene \$ 180 para gastar, halle el monto exacto de cambio que recibirá si compra nueve CD.

Operaciones:

Respuestas:

- (a) _____
- (b) _____
- (c) _____

12. Las siguientes figuras muestran las gráficas de $y = f(x)$ con $f(x)$ representada por varias funciones cúbicas. El valor de a es positivo.



- (a) En el cuadro que figura debajo, escriba la letra correspondiente a la gráfica de $y = f(x)$ en el espacio junto a la función cúbica.
(Nota: una de las gráficas **no** está representada en este cuadro.)

Función cúbica $f(x)$	Letra de la gráfica
$f(x) = x^3 + a$	
$f(x) = (x - a)^3 + a$	
$f(x) = x^3$	
$f(x) = (x - a)^3$	

- (b) Indique **cuál** de las gráficas representa una función que es creciente para **todo** valor de x .
(c) Indique cuántas de las gráficas tienen el eje x como tangente en algún punto.

Operaciones:

Respuestas:

- (b) _____
(c) _____

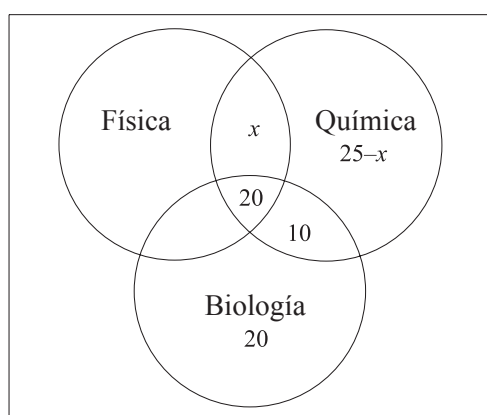


13. En un colegio hay 90 alumnos matriculados en el Programa del Diploma del BI. Deben estudiar **al menos una** de estas asignaturas: Física, Biología y Química.

50 alumnos estudian Física,
 60 alumnos estudian Biología,
 55 alumnos estudian Química,
 30 alumnos estudian Física y Biología,
 10 alumnos estudian Biología y Química pero no Física,
 20 alumnos estudian las tres asignaturas.

Si x representa el número de alumnos que estudian Física y Química pero no Biología, entonces $25-x$ es el número de alumnos que estudian solamente Química.

La siguiente figura muestra parte de esta información y puede emplearse para las operaciones.



U con $n(U) = 90$

- Exprese el número de alumnos que estudian Física solamente, en función de x .
- Halle x .
- Determine el número de alumnos que estudian **al menos dos** de estas asignaturas.

Operaciones:

Respuestas:

- _____
- _____
- _____

14. La función $f(x)$ se define por $f(x) = 3x^4 + \frac{2}{x} - \frac{x}{4} + 1$, ($x \neq 0$).

(a) Calcule la derivada segunda $f''(x)$.

(b) Halle el valor de $f''(x)$ en el punto $\left(1, \frac{23}{4}\right)$.

Operaciones:

Respuestas:

(a)

(b)



15. Las funciones $f(x)$ y $g(x)$ están dadas por:

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}, \quad g(x) = \sqrt{x}, \quad x \geq 0$$

(a) Dibuje aproximadamente las gráficas de $f(x)$ y $g(x)$ juntas en el mismo diagrama usando valores de x entre -3 y 3 , y valores de y entre 0 y 2 . Debe identificar cada una de las curvas.

(b) Indique cuántas soluciones existen para la ecuación $\frac{1}{x^2 + 1} - \sqrt{x} = 0$.

(c) Halle una solución de la ecuación dada en la parte (b).

Operaciones:

Respuestas:

(b) _____

(c) _____

